

УДК 532.5, 519.63

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ПРЕГРАДОЙ ПОТОКА
НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ SPH¹⁾****С.П. КОПЫСОВ, Л.Е. ТОНКОВ, А.А. ЧЕРНОВА***Институт механики УрО РАН, г. Ижевск**E-mail s.kopysov@gmail.com; tnk@udman.ru; alicaaa@gmail.com***NUMERICAL SIMULATION OF THE INTERACTION WITH THE BARRIER OF AN
INCOMPRESSIBLE FLUID BY SPH****S.P. KOPYSOV, L.E. TONKOV, A.A. CHERNOVA***Institut of mechanics UB RAS, Izevsk***Аннотация**

Рассматриваются вопросы численного моделирования взаимодействия вязкой несжимаемой жидкости с преградой в рамках лагранжева описания методом гидродинамики сглаженных частиц (smoothed particle hydrodynamics method — SPH). Оцениваются возможности использования метода SPH для моделирования развитой свободной поверхности, каплеобразования и вычисления гидродинамических нагрузок. Численные результаты, полученные с использованием метода SPH сопоставляются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: математическое моделирование, свободная поверхность, метод гидродинамики сглаженных частиц — (Smoothed Particle Hydrodynamics — SPH).

Summary

The problems of numerical simulation of interaction of a viscous incompressible fluid with an obstacle in the framework of the Lagrangian description of the method of smoothed particle hydrodynamics (smoothed particle hydrodynamics method — SPH). Evaluated the possibility of using the method for SPH simulations developed free surface, a dropping and calculation of hydrodynamic loads. Numerical results obtained using SPH method are compared with experimental data.

Key words: mathematical modeling, free surface, smoothed particle hydrodynamics method — SPH.

Введение

Основная проблема при решении выпряженных задач взаимодействия потоков жидкости с твердыми, движущимися или деформируемыми телами (FSI — Fluid Structure Interaction) связана с выбором численных методов для каждой подзадачи: механики жидкости и механики твердых/деформируемых тел. Обычно подзадача динамики жидкости решается методами на основе эйлерового описания, а подзадача динамики тел — на основе лагранжевого подхода. Кроме того, при моделировании задач FSI обычно используются сеточные методы (метод конечных объемов, конечных разностей или конечных элементов). В этом случае существенное значение имеет шаг сетки и погрешности интерполяции сеточных величин (давления, перемещений) порой на несогласованных сетках на границе взаимодействия жидкости и тела. Дополнительные затраты в случае эйлерова описания возникают при перестроении и деформировании расчетной сетки для задачи гидродинамики на каждом шаге решения сопряженной задачи. Моделирование течений взаимодействующих на границе с твердыми/ деформируемыми телами осложняется ещё и

¹⁾ Работа выполнена при поддержке РФФИ проект РФФИ №14-01-00055-а, РЦП УрО РАН №14-П13.

наличием развитой свободной поверхности (поверхностных волн, капель, струй, пленок, пузырей и т.д.), что является характерной особенностью таких процессов, как распыление.

Наибольшее распространение для моделирования развитой свободной поверхности получили два подхода. Первый из них основан на явном выделении границы раздела фаз или интерфейса, когда расчетная сетка перестраивается на каждом временном шаге согласно изменению положения и формы поверхности раздела. Данные алгоритмы характеризуются высокой эффективностью расчета движения межфазных границ, но при изменении топологии границ или при обобщении на многомерный случай значительно усложняются.

Во втором подходе используется модель дисперсной среды как сплошной среды. Особое положение здесь занимает метод сглаженных частиц (Smoothed Particle Hydrodynamics — SPH) и его более поздние модификации. Метод SPH относится к бессеточным методам, то есть в процессе вычислений узлы — частицы, заполняющие область расчета, в силу отсутствия между ними жестких топологических связей могут свободно перемещаться. Выбор этого метода обоснован как тем, что метод допускает решение большого круга рассматриваемых многомерных задач FSI без каких-либо существенных изменений программной реализации и имеет достаточно простой интерфейс для взаимодействия, так и имеющейся в методе возможностью моделирования развитой свободной поверхности жидкости без применения специальных алгоритмов. Кроме того, метод SPH хорошо распараллеливается и масштабируется на современных гибридных архитектурах.

Важным моментом при моделировании SPH является оценка вычисления гидродинамических нагрузок при взаимодействии с преградами и телами.

1. Постановка задачи

Рассмотрим задачу о взаимодействии с не деформируемым препятствием потока жидкости (рис.1), вызванного распадом начального разрыва уровня. Подобные задачи принято называть задачами о разрушении плотины. Пусть область $\Omega \in \mathbb{R}^3$ с внешней границей $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ (рис. 1) заполнена двухфазной средой и $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$. Для определенности будем считать, что в подобласти Ω_1 находится жидкость, а в Ω_2 — газ; Γ_0 является границей раздела фаз. Столб жидкости, имеющий в начальный момент времени форму параллелепипеда, начинает движение под действием силы тяжести, формируя течение в затопляемом пространстве. Развивающееся течение ограничено непроницаемыми твердыми стенками Γ_1 , граница Γ_2 открытая с параметрами невозмущенной атмосферы.

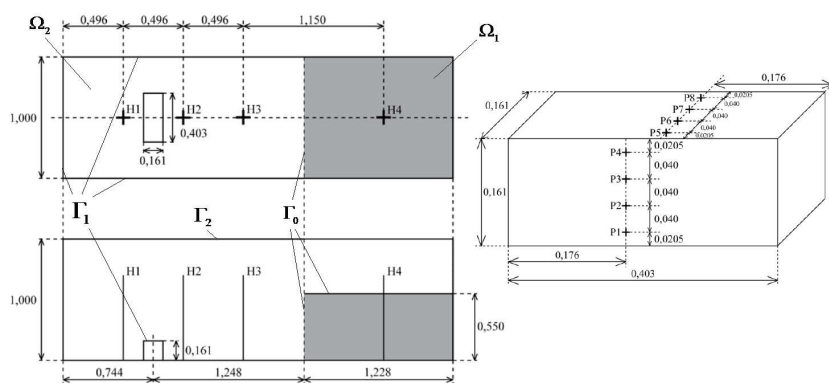


Рис. 1: Расчетная область

2. Метод решения

Для уравнений гидродинамики переход от континуума к дискретному представлению в виде сглаженных частиц осуществляется для любой функции f в лагранжевой точке непрерывной среды введением в

рассмотрение ее дискретного аналога f_i в сглаженной частице i , определяемого в соответствии с соотношением

$$\langle f(\mathbf{r}) \rangle = \sum_{j=1}^N \frac{m_j}{\rho_j} f(\mathbf{r}_j) W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h),$$

где N — число соседних частиц; m_j — масса частицы; ρ_j — плотность частицы; \mathbf{r}_j — координата частицы; W — сглаживающее ядро; h — радиус сглаживания.

Приведем уравнения гидродинамики сплошной несжимаемой среды, а также их SPH-аппроксимации [1]:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho, \quad (1)$$

где \mathbf{u} — вектор скорости. Слагаемые в правой части записаны следующим образом:

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) \rightarrow \sum_j m_j \mathbf{u}_j \cdot \nabla_j W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h), \quad (2)$$

$$\mathbf{u} \cdot \nabla \rho \rightarrow \sum_j m_j \cdot \nabla_j W(\mathbf{r} - \mathbf{r}_j, h), \quad (3)$$

где \mathbf{u}_j — скорость произвольной j частицы. Тогда, для произвольной частицы j , уравнение неразрывности запишем в виде:

$$\frac{d\rho_i}{dt} = - \sum_j m_j (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_j) \cdot \nabla_i W(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, h). \quad (4)$$

SPH-аппроксимация в обозначениях, введенных выше, для уравнений движения сплошной сжимаемой жидкости будет иметь вид:

$$\frac{d\mathbf{u}_i}{dt} = - \sum_j m_j \left(\frac{p_j}{\rho_j^2} + \frac{p_i}{\rho_i^2} + \Pi_{ij} \right) \nabla_i W_{ij} + \mathbf{g}_i, \quad (5)$$

где p — давление, Π_{ij} — диссипативный член в форме Монагана [1], \mathbf{g} — силы инерции. Полученная система уравнений замыкается уравнением состояния Тейта:

$$p = \frac{\rho_0 c_0^2}{\gamma} \left[\left(\frac{\rho_i}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right], \quad (6)$$

где ρ_0 — плотность жидкости на свободной поверхности, c_0 — скорость звука, γ — константа, имеющая смысл показателя адиабаты (для воды $\gamma = 7$). Для интегрирования уравнений (4)–(6) применялась схема второго порядка точности, в основе которой лежит алгоритм Верле.

3. Численное моделирование

В рассматриваемой задаче [2]: столб жидкости заключен между стенками $x = 0$ и $x = b$. В начальный момент времени $t = 0$ стенка $x = b$ мгновенно удаляется и столб жидкости начинает движение под действием силы тяжести. Замеряемое на поверхности преграды изменение давления и положение фронта в отдельных точках во времени позволяет произвести количественное сопоставление расчётных и экспериментальных данных. Моделирование процесса разрушения столба жидкости и ее взаимодействия с преградой производилось с использованием метода WCSPH. Расчетная область дискретизировалась 1146276 частицами, расположение которых в начальный момент времени задавалось гексаэдральной кристаллической решеткой. Программная реализация метода WCSPH позволяет производить расчеты на графических процессорах. В вычислительных экспериментах использовался GPU-ускоритель GeForce GTX 680, 4Гб. Общее время решения задачи составило 4.25 часа, а вычислительные затраты на один расчетный шаг составили 0.08 с. Распределение частиц жидкости и вид расчетной сетки для шага по времени $t = 0.96$ с приведено на рис. 2. Отметим, что результаты моделирования рассматриваемой

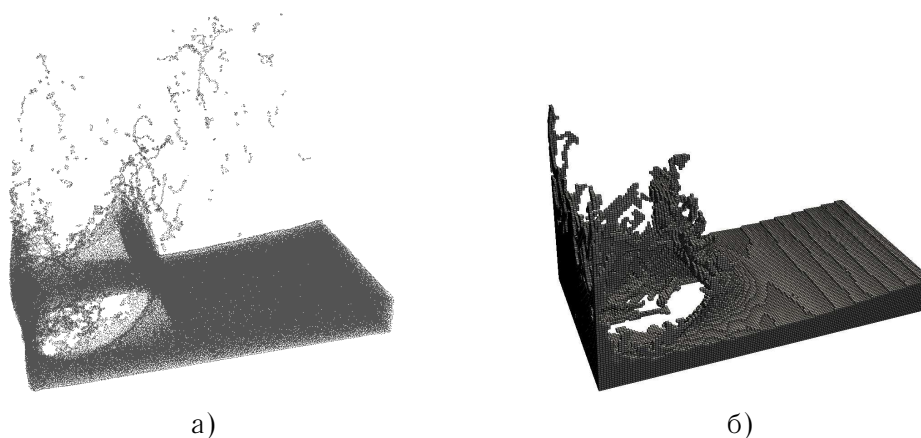


Рис. 2: Положения расчетных ячеек для шага $t = 0.96$ с: а) WCSPH; б) VOF

задачи методом SPH сопоставлялись как с данными эксперимента [2], так и с решением данной задачи методом VOF [3].

В результате расчетов было выявлено положение фронта жидкости в отдельных точках во времени, на основании которого был построен график изменения высоты фронта брызг в условных линиях Н1, Н2 (рис.3). Графики изменения давлений в точках Р1, Р4 на поверхности преграды (рис. 1) представлены на рис. 4.

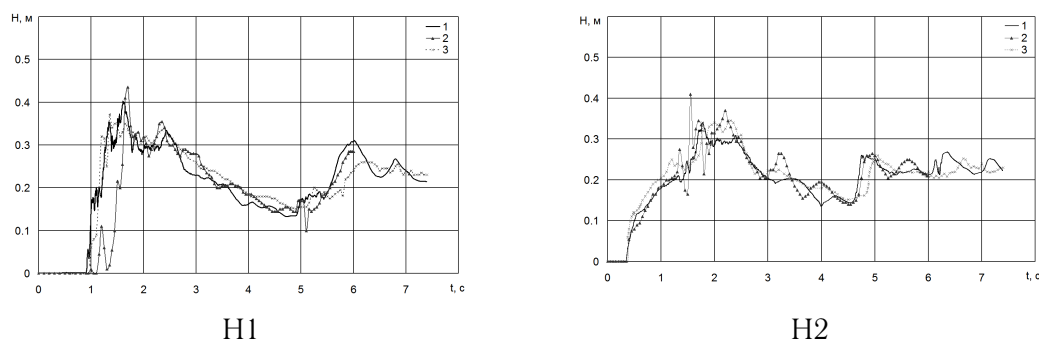


Рис. 3: Графики зависимости высоты столба жидкости от времени: 1 — эксперимент [2]; 2 — VOF; 3 — WCSPH

Из рис. 3 видно, что физический процесс взаимодействия несжимаемого потока жидкости с преградой достаточно корректно моделируется, как методом VOF, так и методом WCSPH. Однако, зависимость высоты фронта жидкости от времени, полученная с использованием метода WCSPH, лучше коррелирует с экспериментальными данными, чем аналогичная зависимость, полученная методом VOF. На графиках хорошо видны два характерных максимума высоты, зафиксированные в разные моменты времени, что наглядно демонстрирует не только волновой характер течения жидкости после обрушения столба, но и позволяет оценить параметры обратной волны. Необходимо отметить, что метод VOF не позволяет получить близкие к экспериментальным высоты фронта жидкости в момент ее взаимодействия с преградой (рис.3,а), что связано с методами описания развитых свободных поверхностей, применяемыми в VOF.

Отметим, что определение гидродинамических нагрузок (давлений) на твердых поверхностях в рамках метода гидродинамики сглаженных частиц является нетривиальной задачей, как и определение собственно самих твердых границ. Как видно из рис. 4 давление на границе жидкость—твердое тело определено

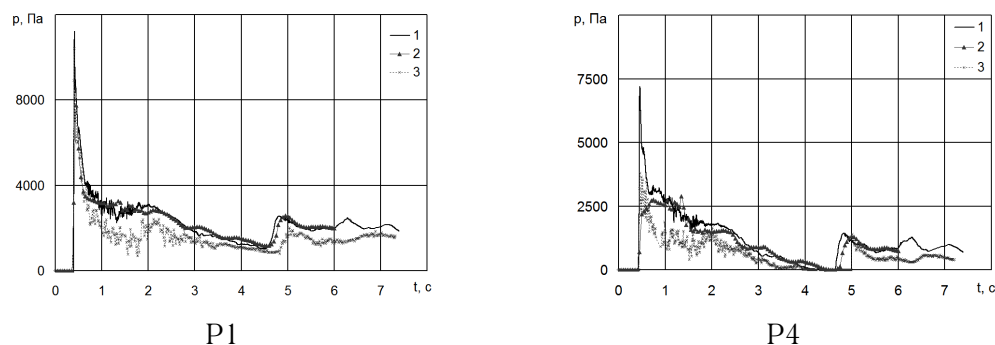


Рис. 4: Графики зависимости давления от времени: 1 — эксперимент [2]; 2 — VOF; 3 — WCSPH

достаточно корректно. Максимальное значение давления, зафиксированное у основания преграды (в точке P1) в момент соударения фронта жидкости с преградой (рис.4, а), определенное в результате расчета как методом WCSPH, так и методом VOF, совпадает с экспериментальным. Однако, дальнейшее изменение давления во времени как у основания преграды, так и вблизи ее вершины (точки P4 рис.1), оцененное методом SPH, совпадает с экспериментальным только качественно, а по абсолютным значениям лежит ниже экспериментальной кривой, что связано с используемыми в методе WCSPH видами граничных частиц и методами определения давлений вблизи преграды [1]. Таким образом, полученные с использованием VOF метода и SPH графики зависимости давления в рассматриваемых точках от времени хорошо согласуются с экспериментальными данными [2] как качественно, так и количественно. Необходимо отметить, что фонтан брызг вблизи преграды поднимается значительно выше, чем зафиксированная на рис. 3 высота столба жидкости в условных линиях. Максимальная высота фонтана, как видно на рис. 5, превышает вертикальный размер бассейна. Метод VOF, как и WCSPH позволяет зафиксировать фонтан брызг, образованный вследствие взаимодействия жидкости с преградой, однако, метод VOF на используемой расчетной сетке позволяет разрешить лишь достаточно крупные капли.

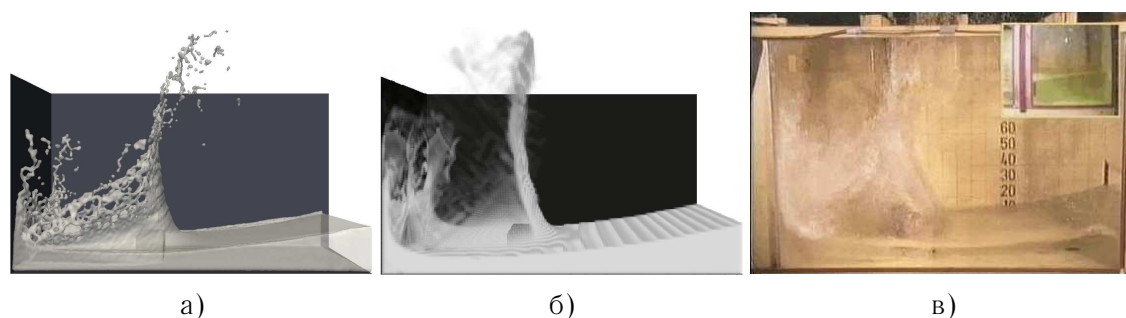


Рис. 5: Обрушение столба жидкости, $t = 0.76$ с: а) WCSPH; б) VOF; в) эксперимент [2]

При соударении несжимаемой жидкости с преградой наблюдается образование фонтана брызг, обтекающего преграду (рис.5), при этом фронт смещается в противоположном основному течению жидкости направлении. Как видно из рис.5,а разрешенный с помощью метода WCSPH фронт не только качественно совпадает с экспериментальным, но и позволяет зафиксировать процесс разлета отдельных капель.

4. Заключение

Рассмотренная в работе задача о взаимодействии потока несжимаемой жидкости с преградой, имеющая подробное экспериментальное описание, позволила выполнить сравнительное тестирование и оценку

численных методов и алгоритмов решения задачи о взаимодействии жидкости с преградой с образованием развитых свободных поверхностей. Полученные результаты достаточно хорошо согласуются с физическим представлением о протекающих процессах. Проведенное тестирование методов VOF и WCSPH показало, что методы VOF для разрешения развитой нестационарной свободной поверхности требуют значительно более детальной дискретизации расчетной области по пространству, чем методы SPH. Применение методов VOF для моделирования процесса каплеобразования ограничивается значительно более высокими вычислительными затратами.

Проведенные вычислительные эксперименты с одной стороны подтвердили эффективность использования метода WCSPH для решения уравнений гидродинамики, включая моделирование развитой свободной поверхности, а с другой стороны выявили необходимость совершенствования алгоритмов определения давления и способов задания граничных условий на непроницаемых твердых поверхностях. Таким образом, для моделирования задач взаимодействия жидкости с твердым телом, требующих разрешения развитой свободной поверхности, применение метода сглаженных частиц является весьма перспективным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Monaghan J.J., Thompson M.C., Hourigan K. Simulation of free surface flows with SPH // Journal of Computational Physics. — 1994. — V. 110. — P. 399–406.
2. Kleefsman K.M.T., Fekken G., Veldman A.E.P., Iwanowski B., Buchner B. A Volume-of-Fluid based simulation method for wave impact problems // Journal of Computational Physics. — 2005. — V. 206. — P. 363–393.
3. Тонков Л.Е. Применение метода функции уровня в задачах гидродинамики двухфазных сред // Химическая физика и мезоскопия. — 2011. — Т. 13, № 1. — С. 58–62.

REFERENCES

1. Monaghan J.J., Thompson M.C., Hourigan K. Simulation of free surface flows with SPH // Journal of Computational Physics. — 1994. — V. 110. — P. 399–406.
2. Kleefsman K.M.T., Fekken G., Veldman A.E.P., Iwanowski B., Buchner B. A Volume-of-Fluid based simulation method for wave impact problems // Journal of Computational Physics. — 2005. — V. 206. — P. 363–393.
3. Tonkov L.E. Level set metod for two phase hydrodynamic problems [Primenenie metoda funkicii urovnya v zadachah gidrodinamiki dvuhfaznyh sred] // Khimicheskaja fizika i mezoskopija. — Izhevsk, 2011. — V. 13, № 1. — P. 58–62. (in Russian)